UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION

VII COLOQUIO DE DOCENCIA UNIVERSITARIA

Propuesta de Actividades Diferenciadas en la Enseñanza de la Estadística

Comunidad docente de Educación estadística

Presentación

1. **Contexto educativo**

   Estudiantes, Profesores, Institución

2. **Sentido estadístico y su desarrollo**

   Cultura estadística y razonamiento estadístico

3. **Propuesta de Actividades diferenciadas**

   El caso del tópico distribuciones muestrales

4. **Comentarios y alcances**

   Implicaciones para la enseñanza

UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION

Los estudiantes

VII COLOQUIO DE DOCENCIA UNIVERSITARIA
Dirección de Docencia

Son jóvenes que vienen con una forma completamente nueva de entender el aprendizaje.

Acostumbrados a la inmediatez,

al utilitarismo, para qué me sirve

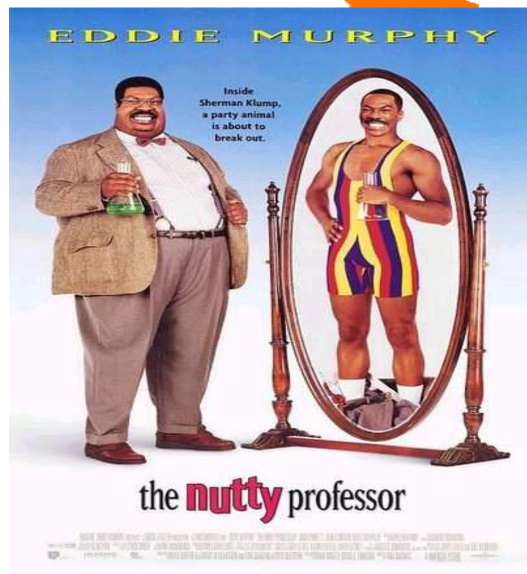
poco esfuerzo, menor rigor, desconcentrados

crecieron con internet

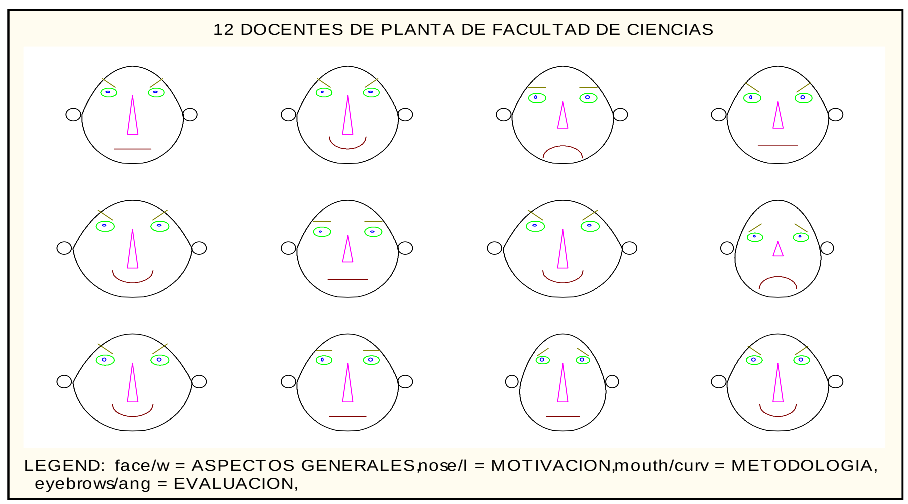
El profesor es una fuente más de información

Los profesores

El sentido de mi práctica



Encuesta de Desempeño Docente



UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION

Las instituciones

VII COLOQUIO DE DOCENCIA UNIVERSITARIA
Dirección de Docencia

Universidades presentan nuevo modelo basado en competencias y resultados de aprendizaje

Participación activa de los estudiantes

Capacitación Docente

CIDD UCSC
CENTRO DE INNOVACION Y DESARROLLO DOCENTE

Actitud del profesor en la enseñanza de las ideas estadísticas fundamentales

Sentido Estadístico

Cultura estadística

Apropiación de:

- ✓ Datos
- ✓ Gráficos
- ✓ Variabilidad aleatoria
- ✓ Distribución
- ✓ Asociación y correlación
- ✓ Probabilidad
- ✓ Muestreo e inferencia

Razonamiento estadístico

Desarrollo de:

- ❑ Reconocer la necesidad de los datos
- ❑ Transnumeración
- ❑ Percepción de la variación
- ❑ Razonamiento con modelos estadísticos
- ❑ Integración de la estadística y el contexto

Expectativas iniciales

**¿Cómo desarrollar la cultura estadística
y el razonamiento estadístico
de forma articulada en el nuevo plan de ingeniería?**

¿El currículo favorece un acercamiento global a la comprensión de los conceptos estocásticos?

Componentes que confieren sentido estadístico a la enseñanza de la Probabilidad y Estadística

- Razonar a partir de datos empíricos.
- Analizar gráficos estadísticos para distintas muestras.
- Razonar a partir de distribuciones de datos.
- Comparar dos distribuciones de datos.
- Relacionar las características de las muestras con las de la población.
- Analizar la relación de distribuciones de poblaciones según la sensibilidad de los parámetros.
- Implementar los proyectos de iniciación científica con apoyo de recursos informáticos.

Distribuciones Muestrales

Distribución de Probabilidad

Inferencia Estadística

Áreas específicas de aplicación en procesos de simulación:

- Procesos de llegadas
- Datos de desembarque
- Diseño de edificios
- Duración de servicios…

Términos asociados

	Palabras específicas matemáticas	Palabras con distinto significado	con igual significado
Teorema central del limite	Distribución límite, teorema, teorema central del límite, aproximación, distribución asintótica en el muestreo, convergencia en ley, convergencia de sucesiones de v.a., error de estimación, suma de v.a.i., idénticamente distribuida, no i.d., variable transformada, simulación con uso del ordenador, demostración por f.g.m., función característica.	Suficientemente grande, simulación manipulable, contraejemplo, muestra grande, generalización, bajo ciertas condiciones	Central, muestra, caso particular, Fórmula, variación, observa-ciones, proporción, finito.
Conceptos relaciona dos	Distribución normal, binomial, estándar, tipificada, estimación de la media, demostración matemática, propiedades estadísticas, transformación algebraica en la distribución normal, distribución de probabilidad, muestra aleatoria, variables aleatorias discretas y continuas, acotadas y no acotadas, variables dependientes, parámetro, estadístico, cálculo de probabilidades de variables y estadísticos, desigualdad de Chebyshev, ley de los grandes números, varianza, error estándar de la media, desviación típica muestral y poblacional, ajuste al histograma, curva de distribución, tablas de distribución normal estándar, campana de Gauss, Distribución Gaussiana, distribuciones clásicas, distribución de diferencias de medias muestrales, función de una variable aleatoria, estimación por intervalos, contraste de hipótesis, estimador máximo verosímil, estimador por los momentos, errores aleatorios.	Modelo, confiabilidad, valor medio, valor esperado, promedio, datos, dispersión, simetría, tamaño de, observaciones independientes, población, muestreo, con y sin reemplazo, infinito, representación gráfica de datos, análisis, demostración informal.	

Actividad Algebraica

lenguaje simbólico y demostración deductiva, elementos de álgebra y análisis.

Supóngase que un sistema está formado por 100 componentes, cada una de las cuales tiene una confiabilidad igual a 0,95. Si esas componentes funcionan independientemente una de otra, y si el sistema completo funciona correctamente cuando al menos funcionan 80 componentes,

¿cuál es la confiabilidad del sistema?

PROPIEDADES

Sean $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ m.a. extraída de $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

a) $$\bar{X} \sim N\left(\mu \; , \; \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

b) $$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \mathrm{X}^2_{n-1}$$

c) $$P\left(\left|\bar{x} - \mu\right| \leq \varepsilon\right) = P\left(\frac{-\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}} \leq z \leq \frac{\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

Enunciados del Teorema central del límite

$$\lim_{n\to\infty} f_n(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-z^2/2\right\}$$

$$Z_n = \frac{S_n - \sum_{i=1}^{n} \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}}$$

Tiene aproximadamente la distribución N(0,1)

$$\boxed{\overline{X} \approx N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)}$$

n suficientemente grande

"la suma de un gran número de variables aleatorias independientes tiende a seguir de manera asintótica una distribución normal, siempre que determinadas condiciones queden satisfechas"

Una solución:

a) Definamos las v.a. $X_i = \begin{cases} 1 & \text{la componente i funciona correctamente en el tiempo t} \\ 0 & \text{la componente i no funciona correctamente} \end{cases}$

Tenemos que las variables se distribuyen bernoulli $X_i \approx B(p = 0.95)$ donde p: proporción de componentes que funcionan correctamente en un tiempo específico;

b) Consideremos una muestra aleatoria $X_1, X_{2,\ldots\ldots,} X_{100}$ y definamos la nueva variable aleatoria S_n: número de componentes que funcionan correctamente en el sistema. Es decir, $S_n = \sum_{i=1}^{100} X_i$;

c) calculamos la esperanza y varianza de la variable de interés y aplicamos sus propiedades,

$E(S_n) = E(\sum X_i) = \sum E(X_i) = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}95 = 95$

$Var(S_n) = Var(\sum X_i) = \sum Var(X_i) = n \cdot p \cdot (1-p) = 100 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}05 = 4{,}75$. Así, la desviación estándar es $\sigma_{S_n} = \sqrt{4{,}75} = 2{,}18$;

d) La pregunta se traduce en lenguaje simbólico. Es decir, se pide calcular $P(80 \leq S_n \leq 100) = ?$

e) Como el tamaño de la muestra n = 100 es grande, aplicamos el TCL, obteniendo:

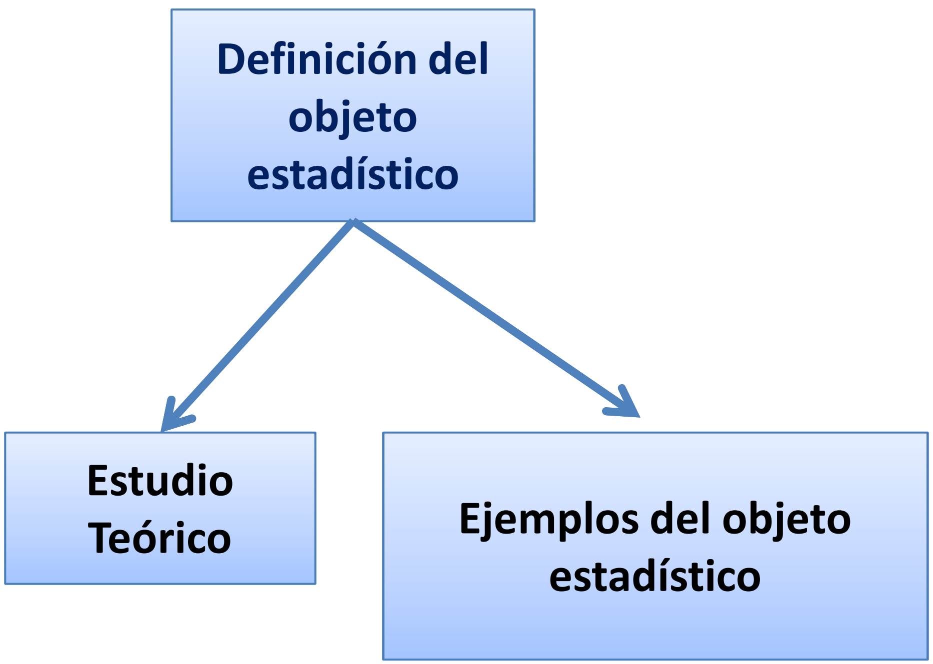
$S_n \approx N\left(np, \sqrt{npq}\right)$ Luego procedemos al cálculo, usando la corrección para continuidad:

$$P(80 \leq S_n \leq 100) \approx P(79{,}5 \leq S_n \leq 100{,}5) = P\left(\frac{79{,}5-95}{2{,}18} \leq \frac{S_n - 95}{2{,}18} \leq \frac{100{,}5-95}{2{,}18}\right) \approx \phi(2{,}52) - \phi(-7{,}1) = 0{,}994;$$

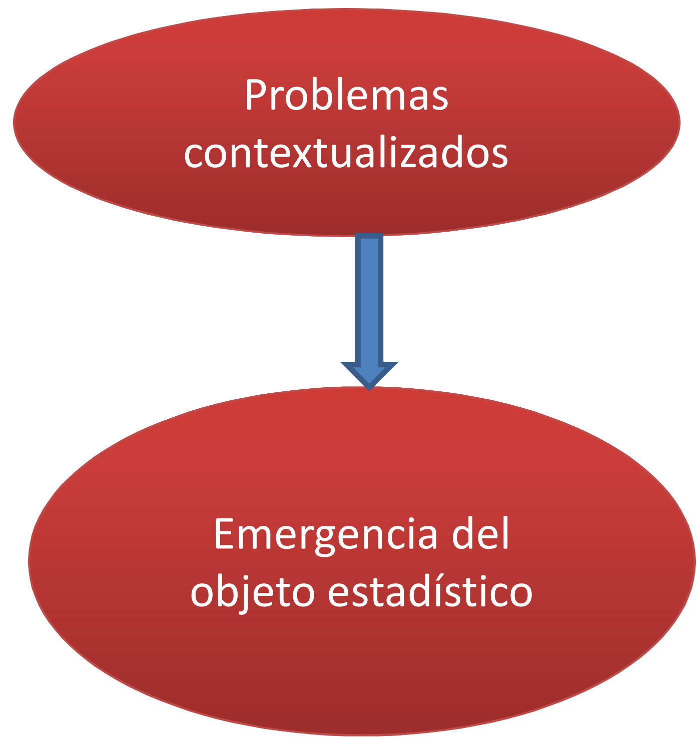
f) Por la tanto, la probabilidad que funcione el sistema es de un 99,4%.

¿Qué estadísticas se deben enseñar para introducir conceptos de probabilidades y estadística?

Perspectiva Formalista



Perspectiva Contextualizadora



$$\overline{X}(\underline{x}) = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

$$X_1 + X_2$$

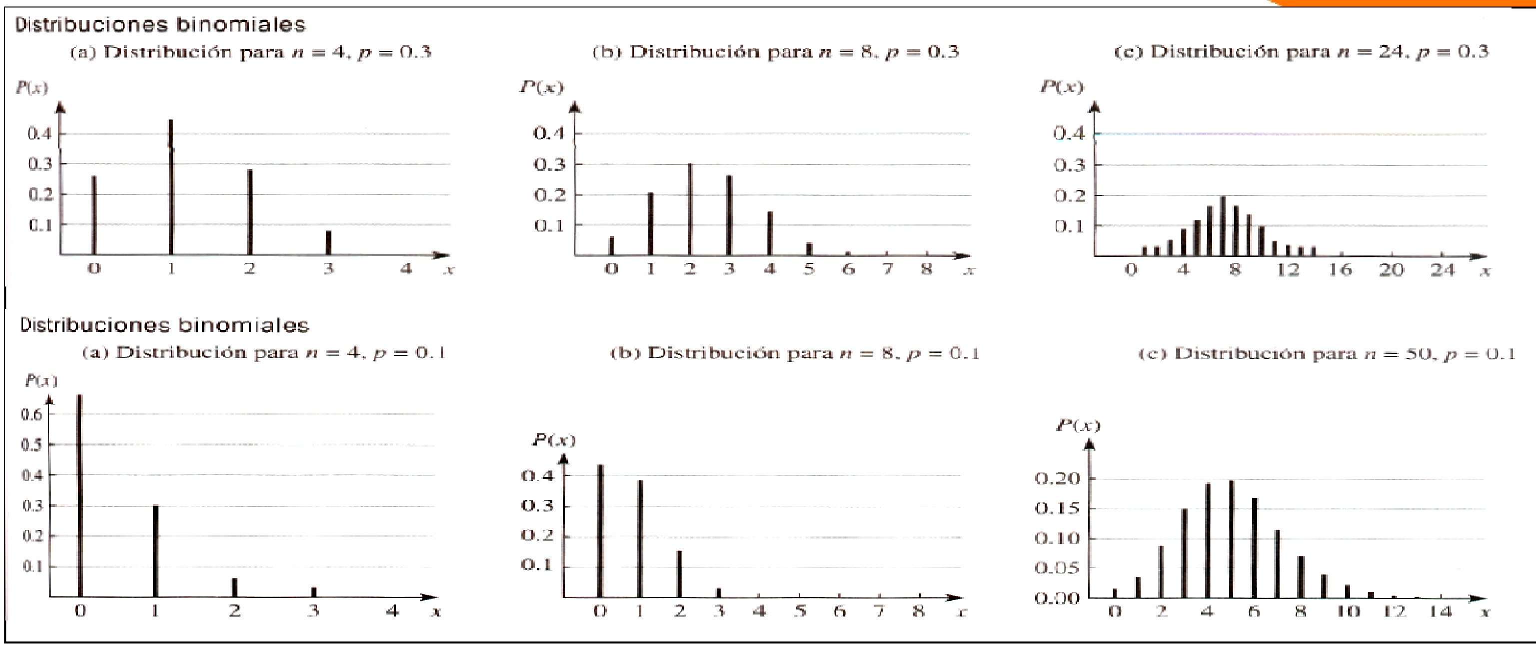
Representaciones

- **Manipulativa:** experimentación con dispositivos manuales, papel-lápiz o calculadora
- **Computacional:** trabajo con programa R, G-numeric, Excel
- **Algebraica:** lenguaje simbólico y demostración deductiva

UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION

Actividad computacional

VII COLOQUIO DE DOCENCIA UNIVERSITARIA
Dirección de Docencia



Condiciones de bondad de ajuste de la distribución binomial

Hipótesis*: *"La aproximación será buena cuando n sea grande y el p sea cercano a 0,5"

Actividad manipulativa

Una máquina produce artículos con cierto tipo de defecto, identificados como 0, 1 y 2. Suponiendo que en una partida hay 20 artículos sin defecto, 30 con un defecto y 50 con dos defectos, se saca un artículo al azar y se anota su valor, X_1. La distribución de X_1 será

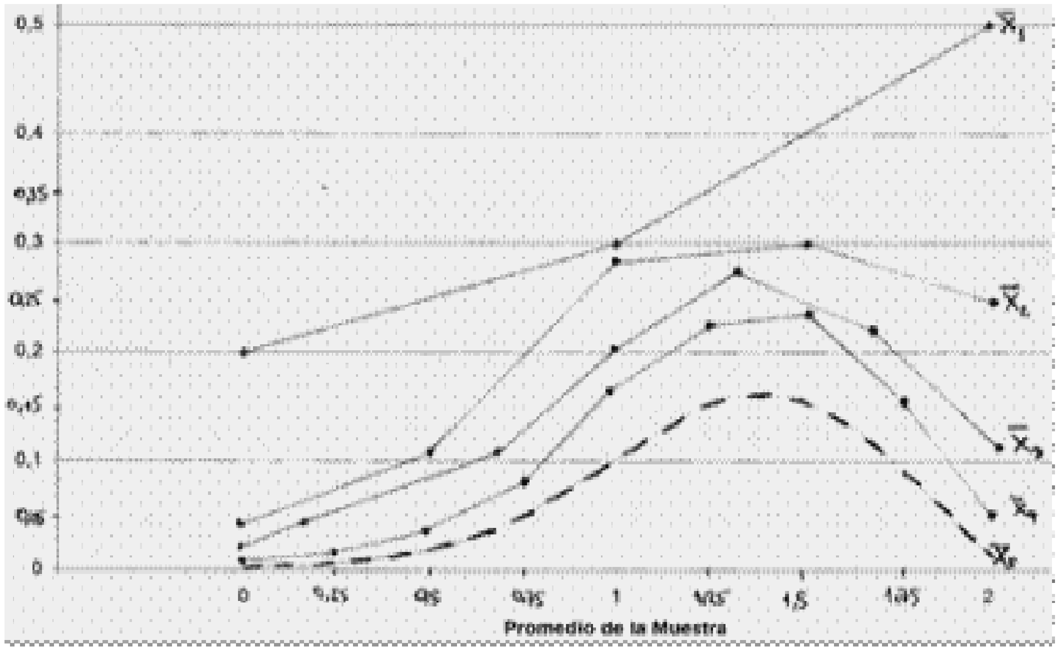
$$P(X_1 = x) = \begin{cases} 0{,}2 & x = 0 \\ 0{,}3 & x = 1 \\ 0{,}5 & x = 2 \end{cases}$$

Suponga que el artículo escogido primero se devuelve a la partida y luego se escoge un segundo artículo y se anota su valor, X_2 .

Dibuje con lápiz y papel y/o Excel las distribuciones de la medias muestrales de tamaño 2,3,4.

¿Cómo sería la distribución muestral de la media de tamaño 5 ?

Gráfica de la distribución de la media muestral con la predicción intuitiva del teorema



Distribución de la suma de v.a de tamaño 3 en 27 muestras posibles

S_3	$P(S_3 = s_3)$
0	(0,0,0) = $(0,2)^3$ = 0,008
1	(0,0,1)(0,1,0)(1,0,0) = 3(0,012) = 0,036
2	(0,0,2)(0,1,1)(0,2,0)(1,0,1)(1,1,0)(2,0,0) = 3(0,02) + 3(0.[illegible]
3	(0,1,2)(0,2,1)(1,0,2)(1,1,1)(1,2,0)(2,0,1)(2,1,0) = 0,207
4	(0,2,2)(1,1,2)(1,2,1)(2,0,2)(2,1,1)(2,2,0) = 0,285
5	(1,2,2)(2,1,2)(2,2,1) = 0,225
6	(2,2,2) = 0,125

Gráfica de la distribución de la suma de v.a. con Excel

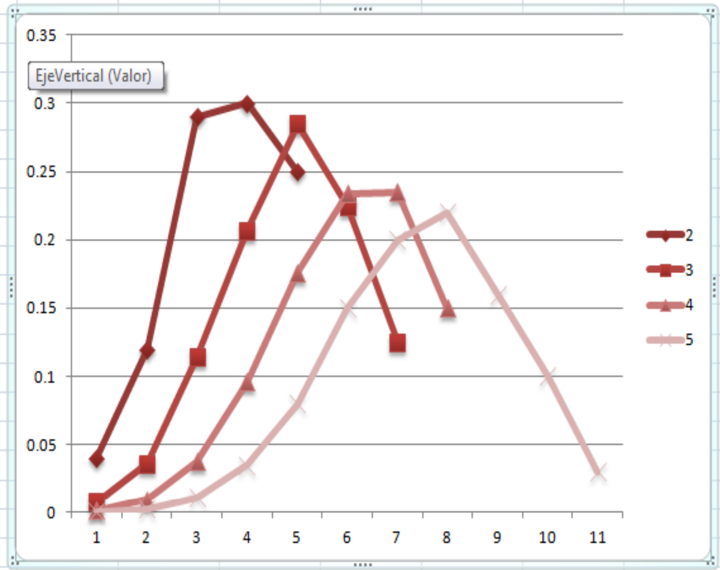
Sintetizando los Calculos anteriores tenemos;

X2	P(X2 = x)
0	0.04
0.5	0.12
1	0.29
1.5	0.3
2	0.25
Total;	1

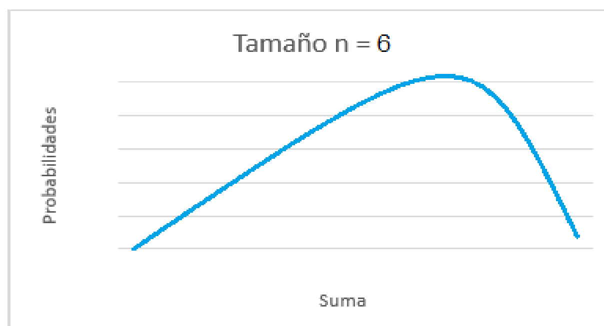
X3	P(X3=x)
0	0.008
0.333333	0.036
0.666666	0.114
1	0.207
1.333333	0.285
1.666666	0.225
2	0.125
Total;	1

X4	P(X4=x)
0	0.0016
0.25	0.0096
0.5	0.0376
0.75	0.096
1	0.1761
1.25	0.234
1.5	0.235
1.75	0.15
Total;	0.9399

X5	P(X5 = x)
0	0.00032
0.2	0.0024
0.4	0.0112
0.6	0.0348
0.8	0.08
1	0.15
1.2	0.2
1.4	0.22
1.6	0.16
1.8	0.1
2	0.03
Total;	0.98872

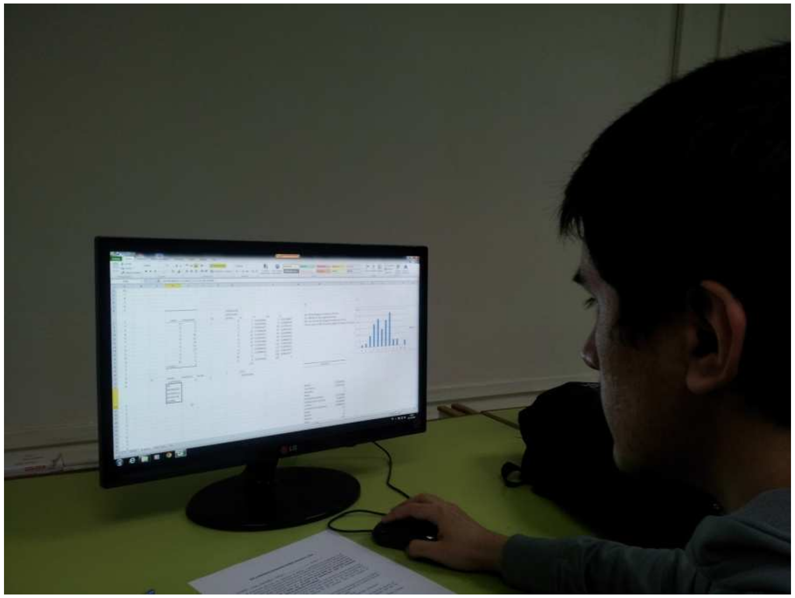


Simbología;	
	P(x=2)
	P(x=3)
	P(x=4)
	P(x=5)



Posible Distribución de la suma de 6 v.a.

Cambio de discurso en el aula



Aprendizaje Orientado a Proyectos

***Fases de una investigación estadística*:**

- ❑ **Planteamiento de un problema**
- ❑ **Decisión sobre los datos a recoger**
- ❑ **Recogida y análisis de datos**
- ❑ **Obtención de conclusiones sobre el problema planteado**

De: Presentar los conceptos como un producto dogmático y acabado,

A: La visualización y experimentación de propiedades estadísticas

El pan placer de cada día

¿Cuál será el consumo promedio de pan de un grupo de ciudadanos penquistas?

Estimar el consumo promedio de energía eléctrica por familia en la ciudad de Concepción

DIRECTRICES DE REFLEXIÓN ACCIÓN

- ✓ Analizar las ideas estadísticas fundamentales que se pretenden enseñar.
- ✓ Estudiar las estrategias de los estudiantes en la resolución de problemas para orientar actividades de aprendizaje.
- ✓ Analizar el Currículo del plan de ingeniería y la Metodología de Enseñanza de estadística.
- ✓ Considerar la Enseñanza de la Estadística como una actividad crítica.

DIRECTRICES DE REFLEXIÓN ACCIÓN

- ✓ Desarrollar el sentido estadístico (alfabetización y razonamiento estadístico) en el trabajo de los estudiantes.
- ✓ Situar a los profesores de estadística en una dinámica de trabajo docente participativo.
- ✓ Establecer la Comunidad Docente de Educación Estadística en el DMFA como un espacio de reflexión-acción sobre la práctica docente en el marco de los resultados de aprendizaje de la Facultad de Ingeniería.